1　一元配置分散分析

前提　★ 全体の平均値は固定されている（制約されている）と考える

★ データの個数から制約条件の個数を引いた個数が，自由に決めることが可能なデータの個数である。これを，自由度という

★ 平方和（変動）を自由度で割ると平均平方（不偏分散）になる

記号　p　群の数

n_i　i 群のデータの個数

n　全体のデータの個数

x_{ij}　i 群の j 番目のデータ

$\bar{x_i}$　i 群のデータの平均値

$\bar{x}$　全データの平均値

さて，

$$\text{全変動} = \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{n_i}(x_{ij} - \bar{x})^2$$

データが $n = \sum_{i=1}^{p} n_i$ 個あり，制約条件は全体の平均値 $\bar{x}$ 1 つ

よって，自由に決められるデータの個数は $n-1$ となり，それが自由度

$$\text{級間変動} = \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{n_i}(\bar{x_i} - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^{p} n_i(\bar{x_i} - \bar{x})^2$$

群ごとの平均値は p 個，全体の平均値が制約条件となるので，自由度は $p-1$

$$\text{級内変動} = \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{n_i}(x_{ij} - \bar{x_i})^2$$

データは n 個，制約条件は各群の平均値 p 個なので，自由度は $n-p$

以上のように，自由度についても，

$$\text{全変動の自由度}\ (n-1) = \text{級間変動の自由度}\ (p-1) + \text{級内変動の自由度}\ (n-p)$$

という関係が成り立っている。